

$$x_1 = \frac{4+2}{3} = 2, \quad x_2 = \frac{4-2}{3} = \frac{2}{3};$$

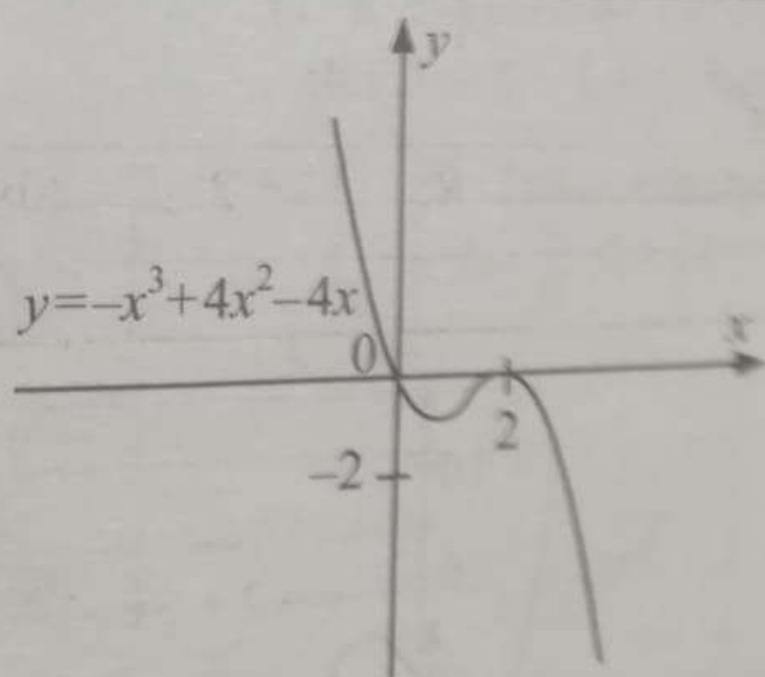
$$4. \quad y' > 0; 3x^2 - 8x + 4 < 0, \quad \frac{2}{3} < x < 2,$$

$$y' < 0; 3x^2 - 8x + 4 > 0, \quad x < \frac{2}{3}, x > 2.$$

$$5. \quad x = \frac{2}{3} - \text{точка min } f\left(\frac{2}{3}\right) = -\frac{8}{27} + \frac{16}{9} - \frac{8}{3} = -\frac{32}{27},$$

$$x = 2 - \text{точка max } f(2) = -8 + 16 - 8 = 0;$$

x	$x < \frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3} < x < 2$	2	$x > 2$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$\searrow$	$-\frac{32}{27}$	$\nearrow$	0	$\searrow$



Пример 2. Построить график функции

...растает: $[0; 1]$, убывает: $(-\infty; -\sqrt{3}] \cup [1; +\sqrt{3})$,
 $x = 1 - \max$.

О т в е т: $x \in (-\infty; -\sqrt{3}] \cup [-1; 0] \cup [1; \sqrt{3}]$ — убывает,
 $x \in [-\sqrt{3}; -1] \cup [0; 1] \cup [\sqrt{3}; +\infty)$ — возрастает,
 $x = \pm\sqrt{3}, x = 0 - \min, x = \pm 1 - \max$.

Построение графиков функций

Для построения графика некоторой функции сначала нужно исследовать свойства функции при помощи ее производной, и затем, используя эти свойства, построить график исходной функции.

Для построения графика четной (нечетной) функции достаточно исследовать свойства этой функции и построить ее график при $x > 0$, а затем симметрично отразить график функции относительно оси ординат (начала координат, соответственно).

Пример 1. Построить график функции

1) $y = x^3 - 3x^2 + 4$;

2) $y = 2 + 3x - x^3$;

3) $y = -x^3 + 4x^2 - 4x$.

Решение:

1) $y = x^3 - 3x^2 + 4$;

1. Область определения — множество R ;

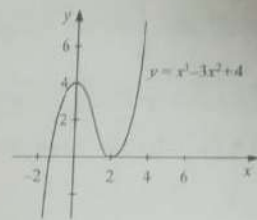
2. $y' = 3x^2 - 6x$;

3. $y' = 0, 3x(x - 2) = 0, x = 0, x = 2$;

4. $y' > 0, x < 0, x > 2$ — возрастает; $y' < 0, 0 < x < 2$ — убывает;

5. $x = 0$ — точка $\max$, т.к. при переходе через нее меняется знак y' с «+» на «-». $y(0) = 4$, $x = 2$ — точка $\min$, т.к. при переходе через нее меняется знак y' с «-» на «+». $y(2) = 8 - 12 + 4 = 0$.

x	$x < 0$	0	$0 < x < 2$	2	$x > 2$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	↗	4	↘	0	↗



2) $y = 2 + 3x - x^3$

1. Область определения — множество R ;

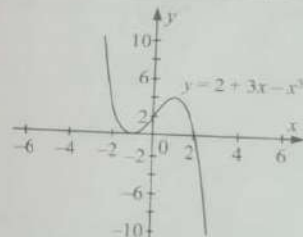
2. $y' = 3 - 3x^2$

3. $y' = 0; 3(1 - x^2) = 0; x^2 - 1 = 0; x_1 = 1, x_2 = -1$;

4. $y' > 0; x^2 < 1; -1 < x < 1; y' < 0; x^2 > 1; x < -1; x > 1$;

5. $x = -1$ — точка минимума $f(-1) = 2 - 3 + 1 = 0$, $x = 1$ — точка максимума $f(1) = 2 + 3 - 1 = 4$;

x	$x < -1$	$x = -1$	$-1 < x < 1$	1	$x > 1$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	↘	0	↗	4	↘



3) $y = -x^3 + 4x^2 - 4x$;

1. Область определения — R ;

2. $y' = -3x^2 + 8x - 4$;

3. $y' = 0; 3x^2 - 8x + 4 = 0, \frac{D}{4} = 16 - 12 = 4$;