возрастает: $[0;1]$, убывает: $\left(-\infty;-\sqrt{3}\right]\cup\left[1;+\sqrt{3}\right)$,
$x=1$ – max.

Ответ: $x\in\left(-\infty;-\sqrt{3}\right]\cup[-1;0]\cup\left[1;\sqrt{3}\right]$ – убывает,
$x\in\left[-\sqrt{3};-1\right]\cup[0;1]\cup\left[\sqrt{3};+\infty\right)$ – возрастает,
$x=\pm\sqrt{3}, x=0$ – min, $x=\pm1$ – max.

Построение графиков функций

Для построения графика некоторой функции сначала нужно исследовать свойства функции при помощи ее производной, и затем, используя эти свойства, построить график исходной функции.

Для построения графика четной (нечетной) функции достаточно исследовать свойства этой функции и построить ее график при $x>0$, а затем симметрично отразить график функции относительно оси ординат (начала координат, соответственно).

Пример 1. Построить график функции

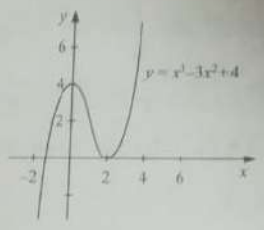
1) $y=x^3-3x^2+4$;
2) $y=2+3x-x^3$;
3) $y=-x^3+4x^2-4x$.

Решение:

1) $y=x^3-3x^2+4$;

1. Область определения – множество R;
2. $y'=3x^2-6x$;
3. $y'=0, 3x(x-2)=0, x=0, x=2$;
4. $y'>0, x<0, x>2$ – возрастает; $y'<0, 0<x<2$ – убывает;
5. $x=0$ – точка max, т.к. при переходе через нее меняется знак y' с «+» на «–». $y(0)=4$, $x=2$ – точка min, т.к. при переходе через нее меняется знак y' с «–» на «+». $y(2)=8-12+4=0$.

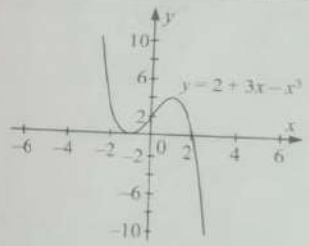
x	$x<0$	0	$0<x<2$	2	$x>2$
$f'(x)$	+	0	–	0	+
$f(x)$	↗	4	↘	0	↗



2) $y=2+3x-x^3$

1. Область определения – множество R;
2. $y'=3-3x^2$
3. $y'=0; 3(1-x^2)=0; x^2-1=0, x_1=1, x_2=-1$;
4. $y'>0; x^2<1; -1<x<1; y'<0; x^2>1; x<-1; x>1$;
5. $x=-1$ – точка минимума $f(-1)=2-3+1=0$, $x=1$ – точка максимума $f(1)=2+3-1=4$;

x	$x<-1$	$x=-1$	$-1<x<1$	1	$x>1$
$f'(x)$	–	0	+	0	–
$f(x)$	↘	0	↗	4	↘



3) $y=-x^3+4x^2-4x$;

1. Область определения – R;
2. $y'=-3x^2+8x-4$;
3. $y'=0; 3x^2-8x+4=0, \frac{D}{4}=16-12=4$;

$x_1 = \frac{4+2}{3} = 2$, $x_2 = \frac{4-2}{3} = \frac{2}{3}$;

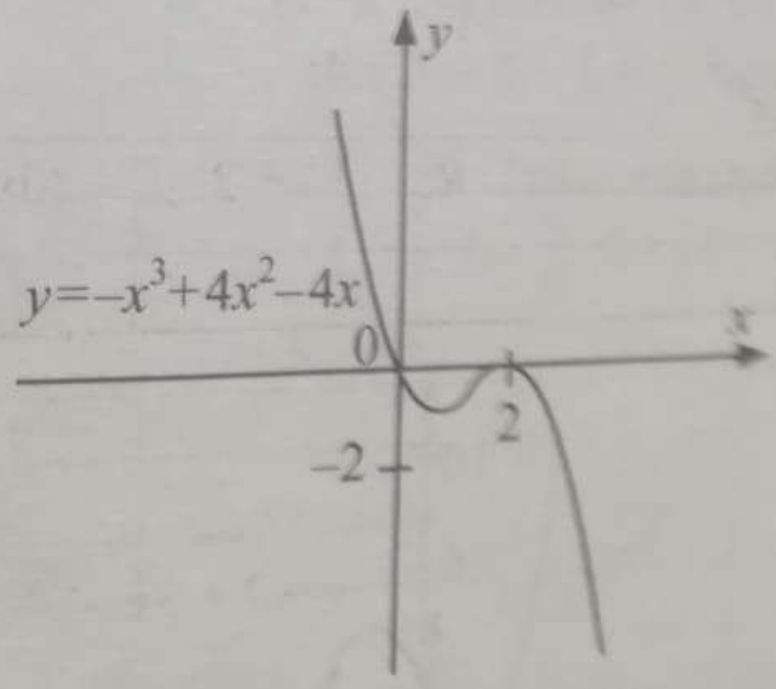
4. $y' > 0$; $3x^2 - 8x + 4 < 0$, $\frac{2}{3} < x < 2$,

$y' < 0$; $3x^2 - 8x + 4 > 0$, $x < \frac{2}{3}$, $x > 2$.

5. $x = \frac{2}{3}$ – точка min $f\left(\frac{2}{3}\right) = -\frac{8}{27} + \frac{16}{9} - \frac{8}{3} = -\frac{32}{27}$;

$x = 2$ – точка max $f(2) = -8 + 16 - 8 = 0$;

x	$x < \frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3} < x < 2$	2	$x > 2$
$f'(x)$	–	0	+	0	–
$f(x)$	↘	$-\frac{32}{27}$	↗	0	↘



Пример 2. Построить график функции