

Неравенства содержания
корешков под знаком
модуля.

При решении неравенств, используют следующие преобразования

$$|x| < a \rightarrow \begin{cases} x > -a \\ x < a \end{cases}$$


$$x \in (-a; a)$$

$$|x| > a \rightarrow \begin{cases} x < -a \\ x > a \end{cases}$$


$$x \in (-\infty, -a) \cup (a, +\infty)$$

Например: $|x-5| \geq 6 \rightarrow \begin{cases} x-5 \leq -6 \\ x-5 \geq 6 \end{cases} \begin{cases} x \leq -1 \\ x \geq 11 \end{cases}$

Ombem: $x \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$

$$\underline{|x^2 - 4| \leq 3x} \begin{cases} x^2 - 4 \leq 3x \\ x^2 - 4 \geq -3x \end{cases} \begin{cases} x^2 - 4 - 3x \leq 0 \\ x^2 - 4 + 3x \geq 0 \end{cases}$$

Решаем кв. неравенства $\text{отв: } x \in [4; 4]$

$$x^2 - 3x - 4 \leq 0$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$x_1 + x_2 = 3$$

$$\begin{cases} x_1 \cdot x_2 = -4 \end{cases}$$

$$x_1 = -1 \quad x_2 = 4$$

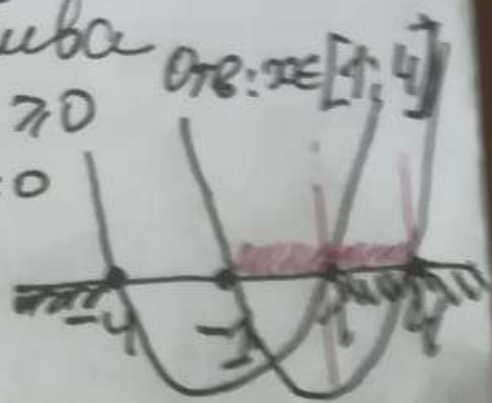
$$x^2 + 3x - 4 \geq 0$$

$$x^2 + 3x - 4 = 0$$

$$x_1 + x_2 = -3$$

$$x_1 \cdot x_2 = -4$$

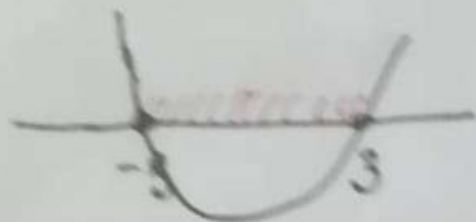
$$x_1 = 1 \quad x_2 = -4$$



$$\underline{|x^2 - 3| \geq 6} \quad \begin{cases} x^2 - 3 \leq 6 \\ x^2 - 3 \geq -6 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - 9 \leq 0 \\ x^2 + 3 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (x-3)(x+3) \leq 0 \\ x^2 \geq -3 \end{cases} \quad \begin{cases} (x-3)(x+3) = 0 \\ x=3 \quad x=-3 \end{cases}$$

$$x^2 = -3 \text{ не существует}$$



$$\text{Ответ: } x \in [-3; 3]$$

$$|\sqrt{x+1} - 1| \geq -2$$

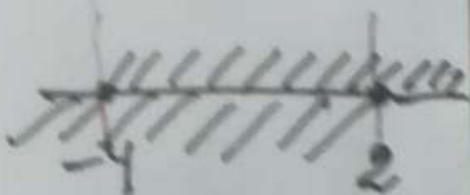
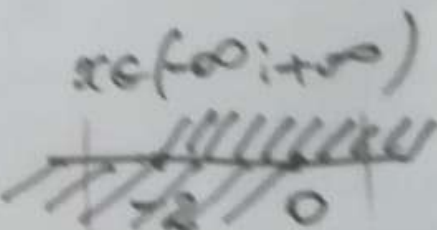
$$\text{m. } x+1 \geq 0$$

$$\begin{cases} \sqrt{x+1} - 1 \geq -2 \\ \sqrt{x+1} - 1 \leq 2 \end{cases} \quad \begin{cases} \sqrt{x+1} \geq -1 \\ \sqrt{x+1} \leq 3 \end{cases} \quad \begin{cases} |x+1| \geq -1 \\ |x+1| \leq 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x+1 \geq -1 \\ x+1 \leq 1 \\ x+1 \leq 3 \\ x+1 \geq -3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \geq -2 \\ x \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x \leq 2 \\ x \geq -4 \end{cases}$$



$$x \in [-4; 2]$$

$$\text{Ответ: } x \in (-\infty; +\infty)$$

Пример 5. Решите неравенство:

$$|16 - 8x| < 4x + 2.$$

Решение: Данное неравенство решается раскрытием модуля

$$|16 - 8x| < 4x + 2; \begin{cases} 16 - 8x < 4x + 2 \\ 16 - 8x > -4x - 2 \end{cases}; \begin{cases} x > \frac{7}{6}; \\ x < \frac{9}{2} \end{cases};$$

$$x \in \left(\frac{7}{6}; \frac{9}{2} \right).$$

О т в е т: $\left(\frac{7}{6}; \frac{9}{2} \right).$

Пример 6. Решите систему неравенств:

$$\begin{cases} x+1 < 2 \\ x > \frac{x-1}{2} \end{cases}$$