

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{-(x-3)}{(x-3)(x+3)} = -\frac{1}{6}$$

Задания для самостоятельной работы

Найти пределы функций.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 + x}{x}$

Ответ: 1.

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}$

Ответ: $\frac{3}{2}$.

5. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x + 2}$

Ответ: -4.

7. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3x^2 - 11x + 6}{2x^2 - 5x - 3}$

Ответ: 1.

9. $\lim_{x \rightarrow \sqrt{5}} \frac{x^4 - 25}{x^2 - 5}$

Ответ: 10.

11. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x^2 - 8x + 15}{x^2 - 25}$

2. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 5x + 2}{3x + 8x + 4}$

Ответ: $\frac{1}{4}$.

4. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x+1} - 1}{x}$

Ответ: $\frac{1}{2}$.

6. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{3-x}{x^3 - 27}$

Ответ: $-\frac{1}{27}$.

8. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{x-5}{2-\sqrt{x}-1}$

Ответ: -4.

10. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{x^2 - 9}$

Ответ: $\frac{1}{6}$.

12. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 8x + 4}{5x^2 - 14x + 8}$

Ответ: $\frac{1}{5}$.

13. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x-6}{\sqrt{x+3}-3}$

Ответ: 6.

15. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4x^2 - 7x - 2}{5x^2 - 9x - 2}$

Ответ: $\frac{0}{11}$.

17. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2-1} \right)$ Ответ: $\frac{1}{2}$.

Ответ: $\frac{2}{3}$.

14. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x}{\sqrt{x+4}-2}$

Ответ: 4.

16. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2}-3}{x^2-49}$

Ответ: $\frac{1}{84}$.

6.4. Раскрытие неопределенности вида ∞/∞

Для раскрытия неопределенности такого вида необходимо числитель и знаменатель разделить на x с наибольшим показателем степени.

Например:

1. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 - x^2 + 2}{x^3 - x + 1} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^4}}{\frac{1}{x} - \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4}} = \frac{1}{0} = \infty$

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + x^4}{x^5 + x^6} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{x^3}{x^6} + \frac{x^4}{x^6}}{\frac{x^5}{x^6} + \frac{x^6}{x^6}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x} + 1} = \frac{0}{1} = 0$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^2 - x - 6}{3x - x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10 - \frac{1}{x} - \frac{6}{x^2}}{\frac{3}{x} - 1} = -10,$$

где использовали равенства

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{x} = \infty, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0.$$

Задания для самостоятельной работы

Найти пределы функций:

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 - 2x + 6}{3x^3 + x^2 - 26}$$

Ответ. $\frac{1}{3}$.

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 2x + 5}{x^3 + 3x + 7}$$

Ответ. 0.

$$5. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10x^4 - 8x^2 + 3}{5x^4 + 3x^3 + 5}$$

Ответ. 2.

$$2. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 4x + 3}{x + 5}$$

Ответ. ∞ .

$$4. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 4x + 8}{5x^3 + 27x^2 + x}$$

Ответ. $\frac{3}{5}$.

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^3 + 4x^2 - 1}{8x^2 - 6x + 3}$$

Ответ. ∞ .